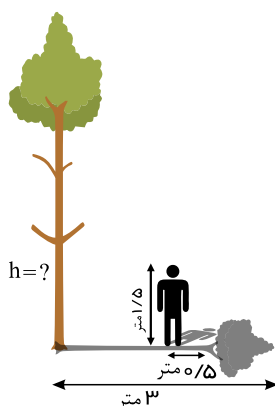




۱) بین ۱۲ و ۵۲ چهار عدد طوری قرار دهید که اعداد حاصل تشکیل یک دنباله‌ی حسابی بدهند.

۲) فرض کنید θ زاویه‌ای در ربع دوم دایره‌ی مثلثاتی باشد و $\sin \theta = \frac{2\sqrt{6}}{7}$ مقدار $\tan \theta$ را بدست آورید.

۳) علی می‌خواهد ارتفاع یک درخت را که طول سایه آن ۳ متر است، حساب کند. قد علی ۱٫۵ متر و طول سایه او در همان لحظه ۰٫۵ متر است. ارتفاع درخت چقدر است؟

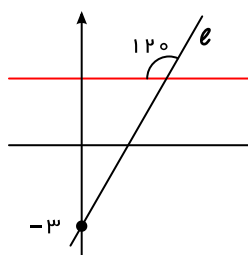


۴) مجموعه‌های زیر را بدست آورده و متناهی یا نامتناهی بودن هر کدام را مشخص کنید.

$$A = [-3, +5] \quad B = (-\infty, 3] \quad C = [3, +\infty) \quad D = (-\infty, 5]$$

الف) $A \cap B$ ب) $A \cup B$ پ) $B - C$ ت) $D \cup B$ ث) $D - B$ ج) $B \cup C$

۵) با توجه به شکل زیر، معادله l را به دست آورید.



۶) ربع هر یک از زوایای زیر را مشخص کنید.

$$-15^\circ, 220^\circ, 145^\circ, -273^\circ$$

۷) اگر $A = \frac{\cos^2 45^\circ}{2} - \frac{\sin 30^\circ}{3} + \tan 45^\circ$ باشد، حاصل $2A - \frac{1}{6}$ را بدست آورید.

۸) در یک دنباله‌ی حسابی مجموع سه جمله اول ۳۳ و مجموع سه جمله دوم ۶۰ است؛ جمله عمومی این دنباله را بیابید.

۹) جمله یازدهم و هفدهم یک دنباله حسابی به ترتیب برابر ۲۵ و ۳۷ است. a_1 و d جمله عمومی را بدست آورید.

۱۰) جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب ۱۲ و ۹۶ می‌باشند. دنباله را مشخص کنید.

۱۱) اگر $\sin \alpha \times \cos \alpha < 0$ آن‌گاه α در کدام یک از نواحی چهارگانه می‌تواند قرار بگیرد؟ چرا؟

۱۲) الف) واسطه حسابی بین ۵ و ۱۱ چه عددی است؟

ب) واسطه حسابی بین ۲۰ و ۳۰ چه عددی است؟

پ) از دو قسمت قبل چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



۱۳ حساب کنید.

$$\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \quad \sqrt{\sqrt[3]{64}} = \quad \sqrt{\sqrt{81}} =$$

۱۴ هریک از توان‌های کسری زیر را به صورت رادیکال نوشته و در صورت امکان حاصل آن‌ها را به دست آورید.

$$16^{\frac{1}{2}}$$

$$5^{\frac{1}{2}}$$

$$4^{\frac{2}{7}}$$

$$3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}}$$

$$\left(4^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$4^{\frac{2}{3}}$$

$$32^{-\frac{1}{5}}$$

$$32^{\frac{2}{5}}$$

$$125^{-\frac{2}{3}}$$

۱۵ درستی اتحاد زیر را بررسی کنید.

$$1 - \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = \sin x$$

۱۶ با فرض $\cot \alpha = 2$ ، حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{2 \cos \alpha - \sin \alpha}{3 \sin \alpha + \cos \alpha}$$

پاسخنامه تشریحی

۱

جمله ی عمومی دنباله ی حسابی

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

قدر نسبت: d ، جمله ی اول دنباله: a_1

$$12, \dots, \dots, \dots, \dots, 52$$

$$a_1$$

$$a_6$$

$$a_6 = a_1 + 5d \Rightarrow 52 = 12 + 5d \Rightarrow 40 = 5d \Rightarrow d = 8$$

$$12, 20, 28, 36, 44, 52$$

۲

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \frac{24}{49} = \frac{25}{49}$$

$$\rightarrow \cos \theta = \pm \frac{5}{7}$$

از آن جا که θ در ربع دوم است، کسینوس آن منفی است؛ پس:

$$\cos \theta = -\frac{5}{7} \rightarrow \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{2\sqrt{6}}{7}}{-\frac{5}{7}} = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

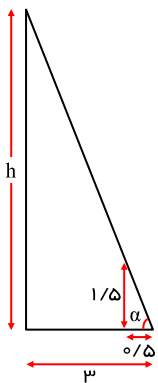
۳

$$\tan \alpha = \frac{\text{طول ضلع مقابل}}{\text{طول ضلع مجاور}}$$

می دانیم:

شکل کتاب در این سؤال ایراد داشته و تصحیح شده آن به شکل مقابل است:

با نوشتن $\tan \alpha$ در دو مثلث داریم:



$$\tan \alpha = \frac{1.5}{0.5} = \frac{h}{3} \Rightarrow h = \frac{3 \times 1.5}{0.5} = 9m$$

۴

نامتناهی $A \cap B = [-3, 3]$ (الف)

نامتناهی $A \cup B = (-\infty, 5)$ (ب)

نامتناهی $B - C = (-\infty, 3)$ (پ)

نامتناهی $D \cup B = (-\infty, 5]$ (ت)

نامتناهی $D - B = (3, 5]$ (ث)

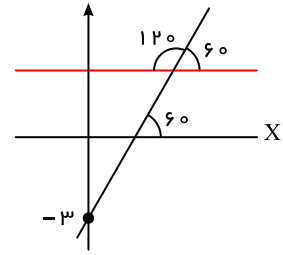
نامتناهی $B \cup C = (-\infty, +\infty) = R$ (ج)

شیب خط، تانژانت زاویه ای است که خط با جهت مثبت محور x ها می سازد.

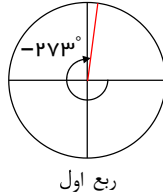
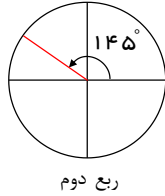
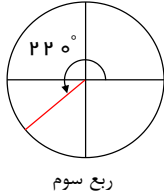
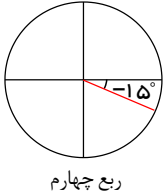
$$(y - y_0) = m(x - x_0)$$

می دانیم:

۵



$$\begin{cases} m = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \\ (0, -3) \end{cases} \Rightarrow y - (-3) = \sqrt{3}(x - 0) \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 3$$



$$A = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{2} - \frac{1}{3} + 1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + 1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + 1 = \frac{3-2+12}{12} = \frac{13}{12} \Rightarrow 2A = \frac{13}{6}$$

$$\Rightarrow 2A - \frac{1}{6} = \frac{13}{6} - \frac{1}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

جمله ی عمومی دنباله ی حسابی

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

قدر نسبت: d , جمله ی اول دنباله: a_1

$$a_1 + a_2 + a_3 = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 3a_1 + 3d = 33$$

$$3a_1 + 3d = 33 \Rightarrow 3(a_1 + d) = 33 \Rightarrow a_1 + d = 11$$

$$a_4 + a_5 + a_6 = 60 = a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d =$$

$$3a_1 + 12d = 60 \Rightarrow 3(a_1 + 4d) = 3 \times 20 \Rightarrow a_1 + 4d = 20$$

$$\begin{cases} a_1 + d = 11 \\ a_1 + 4d = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a_1 - d = -11 \\ a_1 + 4d = 20 \end{cases}$$

$$3d = 9 \Rightarrow d = 3$$

$$a_1 + 3 = 11 \Rightarrow a_1 = 8$$

$$a_n = 8 + (n - 1) \times 3 = 3n - 3 + 8 = 3n + 5$$

جمله ی عمومی دنباله ی حسابی

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

قدر نسبت: d , جمله ی اول دنباله: a_1

$$\begin{cases} a_{11} = a_1 + 10d = 25 \\ a_{17} = a_1 + 16d = 37 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a_1 - 10d = -25 \\ a_1 + 16d = 37 \end{cases}$$

$$6d = 12 \Rightarrow d = 2$$

$$a_1 + 10 \times 2 = 25 \Rightarrow a_1 + 20 = 25 \Rightarrow a_1 = 5$$

$$a_n = 5 + (n - 1) \times 2$$

$$a_n = 5 + 2n - 2 = 2n + 3$$

$$\begin{cases} t_3 = t_1 r^2 = 12 \\ t_6 = t_1 r^5 = 96 \end{cases} \Rightarrow \frac{t_1 r^5}{t_1 r^2} = r^3 = \frac{96}{12} = 8 \Rightarrow r = 2$$



$$t_1 r^2 = 12 \xrightarrow{r=2} t_1 \times 4 = 12 \Rightarrow t_1 = 3$$

دنباله: ۳, ۶, ۱۲, ۲۴, ۴۸, ۹۶, ...

$$AB < 0 \Rightarrow \begin{cases} A < 0 \\ B > 0 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} A > 0 \\ B < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \alpha < 0 \\ \cos \alpha > 0 \end{cases} \text{ ربع چهارم } \quad \begin{cases} \sin \alpha < 0 \\ \cos \alpha < 0 \end{cases} \text{ ربع سوم } \quad \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \end{cases} \text{ ربع اول } \quad \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha > 0 \end{cases} \text{ ربع دوم}$$

۱۱ می‌دانیم:

علامت $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ باید مختلف باشند.

$$I) \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{ربع دوم } \alpha \quad II) \begin{cases} \sin \alpha < 0 \\ \cos \alpha > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{ربع چهارم } \alpha$$

۱۲ الف:

می‌دانیم: اگر a, b, c سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند $b = \frac{a+c}{2}$ واسطه حسابی a و c است.

$$\text{واسطه حسابی ۱۱ و ۵: } \frac{11+5}{2} = 8$$

ب:

$$\text{واسطه حسابی ۲۰ و ۳۰: } \frac{20+30}{2} = 25$$

پ: واسطه حسابی هر دو عدد، میانگین آن دو است.

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} &= \sqrt[mn]{a} & a > 0 \\ \sqrt[n]{a^m} &= a^{\frac{m}{n}}, & a > 0 \end{aligned}$$

۱۳ می‌دانیم:

$$\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[3]{5^{\frac{1}{2}}} = (5^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{1}{6}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{81}} = \sqrt[3]{3^4} = \sqrt[4]{3^4} = 3$$

۱۴

$$16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4 \quad 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} \quad 4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4^2}$$

$$3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} = 3^1 = 3$$

$$(4^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}} = 4^{\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}} = 4^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{4}$$

$$4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4^2}$$

$$32^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{32^{\frac{1}{5}}} = \frac{1}{\sqrt[5]{32}} = \frac{1}{2}$$

$$32^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{32^2} = \sqrt[5]{(2^5)^2} = 2^2 = 4$$

$$125^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{125^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{(125)^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{(5^3)^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{5^6}} = \frac{1}{25}$$

$$\frac{1 + \sin x - \cos^2 x}{1 + \sin x} = \frac{\sin x + 1 - \cos^2 x}{1 + \sin x} = \frac{\sin x + \sin^2 x}{1 + \sin x} = \frac{\sin x(1 + \sin x)}{1 + \sin x} = \sin x$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \Rightarrow \cos \alpha = 2 \sin \alpha$$

$$\frac{2(2 \sin \alpha) - \sin \alpha}{3 \sin \alpha + 2 \sin \alpha} = \frac{4 \sin \alpha - \sin \alpha}{5 \sin \alpha} = \frac{3 \sin \alpha}{5 \sin \alpha} = \frac{3}{5}$$

با جایگذاری $\cos \alpha = 2 \sin \alpha$ خواهیم داشت:

۱۵

۱۶